1章　電気機器

問1―1　極数4，回転速度 720 r/min，並列回路数4の重ね巻の直流電動機がある。スロット数は144，1スロット内の1層当りのコイル辺数は2，各巻線は2ターンである。また，1極当りの磁束は0.02 Wb，電機子電流は100 A である。

この直流電動機について，次の諸量の値を求めよ。

(1)　電機子導体の総数

(2)　誘導起電力（逆起電力）E〔V〕

(3)　1つの電機子回路に流れる電流 I〔A〕

(4)　電動機の出力 P_a〔kW〕

(5)　発生トルク T〔N·m〕

〔解　答〕

(1)　電機子導体の総数 Z

Z＝スロット数×1スロット内の1層当りのコイル辺数×各巻線ターン数

$=144\times 2\times 2=576$

(2)　誘導起電力（逆起電力）E〔V〕

毎極の有効磁束数 ϕ〔Wb〕，磁極数 p，電機子の磁束密度 B〔T〕，電機子導体の総数 Z，電機子導体の有効長さ l〔m〕，電機子直径 D〔m〕，周辺速度 v〔m/s〕，回転速度 n〔r/min〕，並列回路数 a とした直流電動機の誘導起電力（逆起電力）E〔V〕は，

$$E=Blv\frac{Z}{a}\,\text{[V]}$$

$$v=\pi D\frac{n}{60}\,\text{[m/s]}$$

$$B=\frac{\phi}{\dfrac{\pi Dl}{p}}=\frac{p\phi}{\pi Dl}\,\text{[T]}$$

$$E=\frac{p\phi}{\pi Dl}\times l\times \pi D\frac{n}{60}\times\frac{Z}{a}=\frac{pZ}{60a}\cdot n\phi\,\text{[V]}$$

ただし，a：単重波巻電機子の場合 $a=2$，単重重ね巻電機子の場合 $a=p$

$$\therefore\quad E=\frac{pZ}{60a}\cdot n\phi=\frac{4\times 576}{60\times 4}\times 720\times 0.02=138.24\text{ V}$$

(3)　1つの電機子回路に流れる電流 I〔A〕

$$I=\frac{\text{電機子電流 } I_a}{\text{並列回路数 } a}=\frac{100}{4}=25\text{ A}$$

(4)　電動機の出力 P_a〔kW〕

電動機の機械損は無視できるものとすると，

$$P_a=EI_a\times 10^{-3}=138.24\times 100\times 10^{-3}=13.824\text{ kW}$$

(5)　**発生トルク T〔N·m〕**

$$T=\frac{10^3P_a}{\omega}=\frac{10^3P_a}{\frac{2\pi n}{60}}=\frac{60000P_a}{2\pi n}=\frac{60000\times13.824}{2\pi\times720}=183.3\,\mathrm{N\cdot m}\qquad\left(\begin{array}{l}\text{ただし,}\\ \omega\text{：回転角速度}\end{array}\right)$$

(答)

(1)　$Z=576$　　(2)　$E=138\,\mathrm{V}$　　(3)　$I=25\,\mathrm{A}$

(4)　$P_a=13.8\,\mathrm{kW}$　　(5)　$T=183\,\mathrm{N\cdot m}$

〈テキスト【機械】p. 7〜9 参照〉

問1－2　電圧が 220 V 一定の電源に接続された直流分巻電動機がある。

(1)から(4)までの問に答えよ。ただし，補極を含む電機子巻線の抵抗は 0.13 Ω，界磁巻線の抵抗は 73.3 Ω，ブラシ電圧降下の合計は 2 V である。また，磁気回路に飽和はなく，電機子反作用は無視するものとする。

(1)　入力電流 75 A のときの電機子電流〔A〕と誘導起電力〔V〕を求めよ。

(2)　上記(1)の場合のトルク〔N·m〕を求めよ。ただし，回転速度は 1200 r/min とする。

(3)　上記(2)で求めたトルク〔N·m〕を保ったまま界磁回路の抵抗を 1.5 倍としたときの電機子電流〔A〕を求めよ。

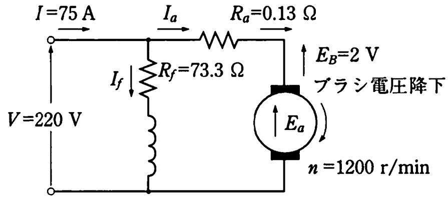
(4)　上記(3)の場合の誘導起電力〔V〕と回転速度〔r/min〕を求めよ。

〔解　答〕

(1)　直流分巻電動機の等価回路を図に示す。

界磁電流　$I_f=\dfrac{V}{R_f}=\dfrac{220}{73.3}\fallingdotseq3.0\,\mathrm{A}$

電機子電流　$I_a=I-I_f=75-3=72\,\mathrm{A}$



●図　直流分巻電動機の等価回路

誘導起電力 E_a は，補極を含む電機子巻線抵抗の電圧降下とブラシ電圧降下を電源電圧 V から差し引いたものである。

$E_a=220-72\times0.13-2=208.64\fallingdotseq209\,\mathrm{V}$

(2)　トルク T は，回転角速度を ω〔rad/s〕，電機子の出力を P〔W〕とすると，

$$\therefore\quad T=\frac{P}{\omega}=\frac{E_aI_a}{\omega}=\frac{208.64\times72}{2\pi\times\left(\frac{1200}{60}\right)}\fallingdotseq119.54\fallingdotseq120\,\mathrm{N\cdot m}$$

(3)　トルク T は，磁束 ϕ と電機子電流 I_a の積に比例する。

また，題意により，磁気回路の飽和はないので，磁束 ϕ は界磁電流 I_f に比例する。

$$T=K_1\cdot I_f\cdot I_a=K_1\cdot\frac{V}{R_f}\cdot I_a=K_2\frac{I_a}{R_f}\quad (K_1,\ K_2 \text{は定数})$$

Tが一定なら，I_aはR_fに比例する。R_fを1.5倍したときの電機子電流I_a'は，

$$I_a'=1.5\times I_a=1.5\times 72=108\,\mathrm{A}$$

(4) このときの誘導起電力E_a'は，

$$E_a'=220-108\times 0.13-2=203.96\fallingdotseq 204\,\mathrm{V}$$

分巻電動機の回転数Nは比例定数をK_3とすれば，

$$N=K_3\frac{E_a}{\phi}$$

求める回転数N'から，界磁束ϕは界磁電流I_fに比例する（$\phi\propto I_f$）。

$$N'=N\frac{I_f}{\dfrac{I_f}{1.5}}\cdot\frac{E_a'}{E_a}=1200\times 1.5\times\frac{203.96}{208.64}\fallingdotseq 1760\,\mathrm{r/min}$$

または，$P=\omega T=2\pi(N/60)T$ から，Tが一定ならば，NはPに比例するから，

$$\therefore\quad N'=N\times\frac{P'}{P}=1200\times\frac{203.96\times 108}{208.64\times 72}\fallingdotseq 1760\,\mathrm{r/min}$$

となる。

〔答〕

(1) 72 A，209 V　　(2) 120 N·m　　(3) 108 A

(4) 204 V，1760 r/min

〈テキスト【機械】p. 17～19 参照〉

問1—3 定格出力20 kWの直流内分巻複巻発電機がある。電機子巻線抵抗0.02 Ω，直巻界磁巻線抵抗0.05 Ω，分巻界磁抵抗125 Ωとして定格出力で運転したとき，端子電圧が200 Vであった。次の問に答えよ。

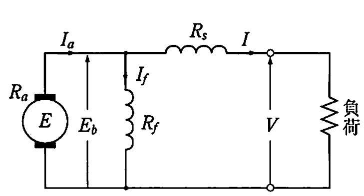
(1) 電機子電流および誘導起電力はいくらか。

(2) 上記複巻発電機の結線を変更して外分巻とし，出力20 kWで運転したところ，界磁電流が1.8 Aに増加した。このときの電機子電流および誘導起電力はいくらか。

〔解　答〕

(1) 内分巻

イ．図1に内分巻の接続を示す。



●図1　直流内分巻複巻発電機

ロ．出力を P，端子電圧を V とすれば，負荷電流 I は，

$$I=\frac{P}{V}=\frac{20\times10^3}{200}=100\ \mathrm{A}$$

ハ．分巻界磁の両端にかかる電圧 E_b は，

$$E_b=IR_s+V=100\times0.05+200=205\ \mathrm{V}$$

ニ．分巻界磁電流 I_f は，

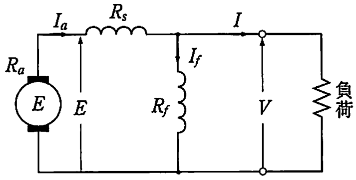
$$I_f=\frac{E_b}{R_f}=\frac{205}{125}=1.64\ \mathrm{A}$$

ホ．電機子電流 $I_a=I+I_f=100+1.64\fallingdotseq101.6\ \mathrm{A}$

ヘ．電機子誘導起電力 $E=I_aR_a+E_b=101.6\times0.02+205\fallingdotseq207.0\ \mathrm{V}$

(2) 外分巻

イ．図 2 に外分巻の接続を示す。



●図 2　直流外分巻複巻発電機

ロ．分巻界磁電流 I_f が 1.8 A であるから，分巻界磁の両端の端子電圧 V〔V〕は，

$$V=I_fR_f=1.8\times125=225\ \mathrm{V}$$

ハ．負荷電流は，

$$I=\frac{P}{V}=\frac{20\times10^3}{225}=89\ \mathrm{A}$$

ニ．電機子電流 $I_a=I+I_f=89+1.8=90.8\ \mathrm{A}$

ホ．電機子誘導起電力は，

$$E=I_a(R_a+R_s)+V=90.8\times(0.05+0.02)+225\fallingdotseq231\ \mathrm{V}$$

（答）

(1) 101.6 A,　　207 V

(2) 90.8 A,　　231 V

〈テキスト【機械】p. 9 参照〉

II　機械・制御

> **問 1－4**　定格出力 500 kW，定格電圧 600 V の直流分巻発電機がある。この発電機の電機子回路の抵抗を 0.025 Ω，界磁回路の抵抗を 200 Ω，鉄損および機械損の合計を 10 kW とすると，全負荷時効率および最高効率はそれぞれいくらか。

〔解　答〕

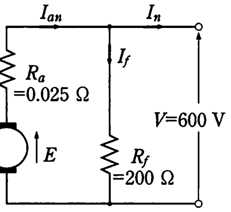
(1)　**全負荷時効率**

①　図の直流分巻発電機の等価回路から，定格負荷電流 I_n，界磁電流 I_f および電機子電流 I_{an} を求める。

$$I_n=\frac{P}{V}=\frac{500\times10^3}{600}\fallingdotseq 833.3\ \mathrm{A}$$

$$I_f=\frac{V}{R_f}=\frac{600}{200}=3.0\ \mathrm{A}$$

$$I_{an}=I_n+I_f=833.3+3.0=836.3\ \mathrm{A}$$



●図　直流分巻発電機

②　全負荷時効率を求める。

イ．　全負荷時効率 η_n：界磁回路損失 p_f，電機子回路損失 p_a，鉄損および機械損 p_i とし，定格出力を P とする。

ロ．$p_a=I_{an}{}^2R_a=(836.3)^2\times0.025\fallingdotseq 17485\ \mathrm{W}$

ハ．$p_f=I_f{}^2R_f=3^2\times200=1800\ \mathrm{W}$

ニ．鉄損および機械損の合計　$p_i=10\times10^3=10000\ \mathrm{W}$

$$\eta_n=\frac{P}{P+p_f+p_a+p_i}\times100\ \%$$

$$=\frac{500\times10^3}{500\times10^3+1800+17485+10000}\times100\fallingdotseq 94.5\ \%$$

(2)　**最高効率**

イ．出力電圧を V，出力電流を I としたとき，効率 η は次式のようになる。

$$\eta=\frac{VI\times100}{VI+p_f+p_i+\left\{I+\left(\frac{600}{200}\right)\right\}^2R_a}$$

$$=\frac{VI\times100}{VI+p_f+p_i+I^2R_a+6IR_a+9R_a}$$

$$=\frac{V\times100}{V+\frac{p_f+p_i+9R_a}{I}+6R_a+IR_a}$$

ロ．η の式の分母で，I に関係のある項を取り出し，y と置くと，

$$y=\frac{p_f+p_i+PR_a}{I}+IR_a$$

y の第 1 項と第 2 項の積が一定であるから，その和の最小（η の最大）は，両者が等しいときである。

$$\frac{p_f+p_i+9R_a}{I}=IR_a \qquad \therefore \quad I=\sqrt{\frac{p_f+p_i+9R_a}{R_a}}$$

$$I=\sqrt{\frac{1800+10000+9\times 0.025}{0.025}}\fallingdotseq 687\ \mathrm{A}$$

ハ．最高効率 η_m は，

$$\eta_m=\frac{V\times 100}{V+6R_a+2IR_a}=\frac{600\times 100}{600+6\times 0.025+2\times 687\times 0.025}\fallingdotseq 94.6\ \%$$

（答）

全負荷時効率＝94.5 %,　　　最高効率＝94.6 %

〈テキスト【機械】p. 11，27 参照〉

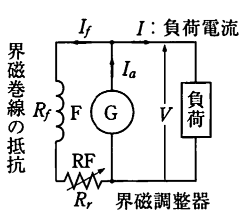
問 1 — 5　直流分巻発電機について，次の問に答えよ。

(1) 分巻発電機が，自励で，安定して運転ができるための発電機特性上の必要な条件を 3 つ述べよ。

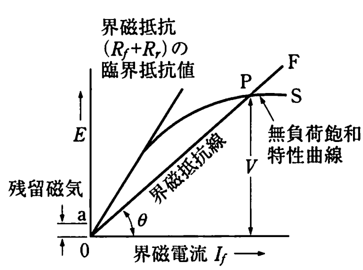
(2) 2 台以上の分巻発電機を並列して運転するときの必要条件と，運転上注意すべき事項を述べよ。

〔解　答〕

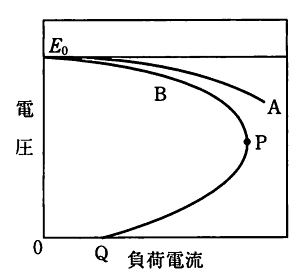
(1) **分巻発電機が自励で安定して運転できるための発電機特性上の必要な条件**（図 1，図 2，図 3 を参照）



●図 1　分巻発電機の接続



●図 2　無負荷飽和曲線と界磁抵抗線



●図 3　発電機の外部特性曲線

イ．残留磁気があること。図 2 に示すように，はじめに界磁電流が零でも，残留磁気によりわずかの起電力が生じる。これによって，界磁電流が流れ，磁束を増加し，起電力を高め，電圧が順次に上昇し，P 点に相当する無負荷電圧まで上昇させることが可能である。

ロ．無負荷特性曲線と界磁抵抗線が 1 点で交わること。分巻発電機は，界磁回路抵抗の臨界抵抗より低い界磁抵抗の場合だけ，安定に電圧を調整することができる。

ハ．図 3 に示すように，外部特性の垂下特性部分で運転すること。垂下特性を過ぎ，臨界点に達すると，その後，急激に端子電圧および負荷電流が小さくなるので運転不能である。

3章　自動制御・メカトロニクス

(問3―1)　伝達関数が，

$$\frac{s^2+16s+36}{s^2+7s+12}$$

である制御系に，入力信号として，

$$g(t)=\begin{cases}4 & (t\geq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases}$$

を与えた。この場合に，次の問に答えよ。

(1)　入力信号を s 領域に変換せよ。

(2)　s 領域における出力信号を求めよ。

(3)　時間 t 領域における出力信号を求めよ。

〔解　答〕

(1)　入力信号 $g(t)$ を s 領域の式に変換（ラプラス変換）した $G(s)$ は，

$$G(s)=\mathcal{L}\{g(t)\}=\mathcal{L}\{4u(t)\}=\frac{4}{s}$$

(2)　s 領域における出力信号は，

$$C(s)=\frac{s^2+16s+36}{s^2+7s+12}\times\frac{4}{s}=\frac{4(s^2+16s+36)}{s(s+3)(s+4)}$$

(3)　$C(s)$ を部分分数分解する。

$$C(s)=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+3}+\frac{C}{s+4}=\frac{A(s+3)(s+4)+Bs(s+4)+Cs(s+3)}{s(s+3)(s+4)}$$

$$=\frac{(A+B+C)s^2+(7A+4B+3C)s+12A}{s(s+3)(s+4)}$$

とおくと，これが(2)で求めた式と常に等しくなるためには，

$A+B+C=4$

$7A+4B+3C=64$

$12A=144$

$\therefore\ A=12,\ B=4,\ C=-12$

これをもとにして，ラプラス逆変換すると，

$$c(t)=\mathcal{L}^{-1}\{C(s)\}=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{12}{s}+\frac{4}{s+3}-\frac{12}{s+4}\right\}$$

$$=(12+4\varepsilon^{-3t}-12\varepsilon^{-4t})u(t)$$

(答)

(1)　$G(s)=\dfrac{4}{s}$

(2)　$C(s)=\dfrac{4(s^2+16s+36)}{s(s+3)(s+4)}$

(3)　$c(t)=(12+4\varepsilon^{-3t}-12\varepsilon^{-4t})u(t)$

〈テキスト【機械】p. 283〜288 参照〉

問 3 — 2　入出力特性が次式で表される制御装置（図 1 ）がある。

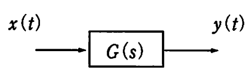
$$y(t)+\frac{1}{T}\int y(t)dt=x(t)$$

次の問に答えよ。

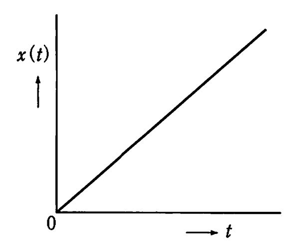
(1)　この制御要素の伝達関数$G(s)$ を求めよ。

(2)　図 2 のような時間関数 $x(t)=t$ のラプラス変換 $X(s)$ を示せ。

(3)　図 1 の制御要素に入力 $x(t)$ として，図 2 のような時間関数が加わったときの出力の過渡応答 $y(t)$ を求めよ。



●図　1



●図　2

〔解　答〕

(1)　$x(t)$ と $y(t)$ のラプラス変換を $X(s)$，$Y(s)$ とおくと，問題の式は次のようになる。

$$Y(s)+\frac{Y(s)}{Ts}=X(s)$$

したがって，伝達関数 $G(s)$ は次式で表される。

$$G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{1}{1+\dfrac{1}{Ts}}=\frac{sT}{1+sT} \quad \cdots\cdots ①$$

(2)　ラプラス変換の定義式より，

$$X(s)=\int_0^{\infty}x(t)\varepsilon^{-st}dt=\int_0^{\infty}t\varepsilon^{-st}dt$$

$$=\left[-\frac{1}{s}t\varepsilon^{-st}\right]_0^{\infty}-\int_0^{\infty}\left(-\frac{1}{s}\varepsilon^{-st}\right)dt=\frac{1}{s}\left[-\frac{1}{s}\varepsilon^{-st}\right]_0^{\infty}=\frac{1}{s^2} \quad \cdots\cdots ②$$

(3)　入力 $x(t)$ に対する制御要素 $G(s)$ の過渡応答 $y(t)$ は，

$$y(t)=\mathcal{L}^{-1}[Y(s)]=\mathcal{L}^{-1}[G(s)X(s)]$$

$$=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\cdot\frac{sT}{1+sT}\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{T}{s(1+sT)}\right]$$

上記①，②の式より，

$$Y(s)=G(s)X(s)=\frac{T}{s(1+sT)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{1+sT}$$

とおくと，

$$Y(s)=\frac{(AT+B)s+A}{s(1+sT)}$$

元の式と比較して，

$$AT+B=0, \qquad A=T$$

$$\therefore \quad B=-AT=-T^2$$

したがって，過渡応答 $y(t)$ は，

$$y(t)=\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{T}{s}-\frac{T^2}{1+sT}\right]=T\left(1-\varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)u(t)$$

上記 A，B を求める場合は，次のようにしても求めることができる。

$$A=sY(s)\big|_{s=0}=\frac{T}{1+sT}\bigg|_{s=0}=T$$

$$B=(1+sT)Y(s)\big|_{s=-\frac{1}{T}}=\frac{T}{s}\bigg|_{s=-\frac{1}{T}}=-T^2$$

(答)

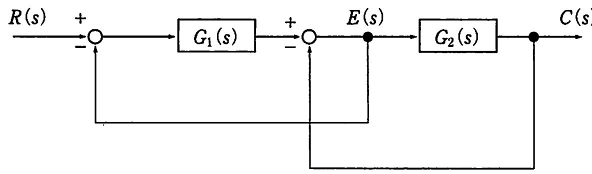
(1)　$G(s)=\dfrac{sT}{1+sT}$

(2)　$X(s)=\dfrac{1}{s^2}$

(3)　$y(t)=T\left(1-\varepsilon^{-\frac{t}{T}}\right)u(t)$

〈テキスト【機械】p. 283〜288 参照〉

(問3—3)　図1のようなフィードバック系がある。次の問に答えよ。



●図　1

(1)　図のブロック線図を等価変換し，$E(s)$ における引出点を $G_2(s)$ の出力側に移したときのブロック線図を描け。

(2)　(1)で求めたブロック線図を用いて，入力 $R(s)$ と出力 $C(s)$ の間の伝達関数 $C(s)/R(s)$ を求めよ。

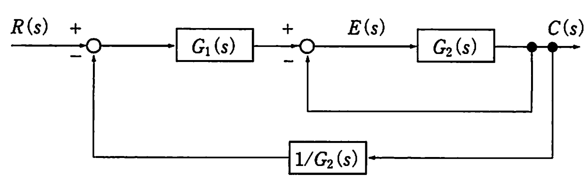
(3)　伝達関数が，$G_1(s)=1$，$G_2(s)=2/s$ の場合について，$R(s)$ が単位インパルス関数のときの応答，すなわち単位インパルス応答 $c(t)$ を求めよ。

〔解　答〕

(1)　問題のブロック線図において，信号 $E(s)$ の引出点を $G_2(s)$ の出力側の信号 $C(s)$ に移しても，もとのブロック線図と等価であるためには，そのフィードバック信号が $E(s)$ に等しければよい。

$$E(s)=\frac{C(s)}{G_2(s)}=\left(\frac{1}{G_2(s)}\right)C(s)$$

したがって，図2のようなブロック線図になる。



●図　2

(2)　図2の内側ループの伝達関数を $Y(s)$ とすると，

$$Y(s)=\frac{G_2(s)}{1+G_2(s)}$$

なので，入力を $R(s)$，出力を $C(s)$ とする伝達関数は，次式で求まる。

$$G_0(s)=\frac{G_1(s)Y(s)}{1+G_1(s)Y(s)\dfrac{1}{G_2(s)}}=\frac{G_1(s)\dfrac{G_2(s)}{1+G_2(s)}}{1+G_1(s)\dfrac{G_2(s)}{1+G_2(s)}\cdot\dfrac{1}{G_2(s)}}$$

$$=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)+G_2(s)}$$

(3)　題意より，$G_1(s)=1$，$G_2(s)=2/s$ なので，伝達関数 $G_0(s)$ は次式のようになる。