1章　電気磁気理論

1．静電界

(1) クーロンの法則

1) 静電気

いろいろな電磁気現象は，原子を構成している電子の挙動により発露する。

負の電荷を帯びた電子が過剰になる状態を，負の**電気**を帯びたという。電気を帯びることを**帯電**といい，帯電した物体を**帯電体**という。他方，電子が不足する状態は，相対的に正に帯電したことになる。

帯電した物体のもつ一定量の電気のことを**電荷**という。電荷には正と負の2種類があり，同種の電荷は反発しあい，異種の電荷は吸引しあう。

異なる2つの物質を摩擦してみると，正（あるいは負）に帯電する物質の序列が一義的に定まってくる。すなわち，

「3種類の物質A，B，Cについて，AとBを摩擦したとき，Aが正，Bが負に帯電し，BとCを摩擦したとき，Bが正，Cが負に帯電するならば，AとCを摩擦するときは，Aは正に，Cは負に帯電する」。これを**ボルタの摩擦電気に関する法則**という。

ボルタの法則により，すべての物質を正に帯電する傾向の強いものから順に並べた序列を，**静電序列（摩擦電気系列）**という（**表1—1**）。

●表1－1　静電序列

正に帯電する側	毛皮	羽根	ガラス	綿布	紙	絹布	木材	コハク	プラスチック	エボナイト	セルロイド	負に帯電する側

絶縁物では，分離した電荷が原子の間を移動しにくいので，正と負の電荷が分離したままの状態を保つことができる。このように静的な状態にある電荷を**静電気**という。

チェック

1個の電子は，-1.602×10^{-19}〔C〕の電荷をもっている。

2）　クーロンの法則

真空中の2つの点電荷の間に働く電気力の大きさF〔N〕は，それぞれの電荷Q_1〔C〕，Q_2〔C〕の積に比例し，両電荷の間の距離r〔m〕の2乗に反比例する。

また，その力の方向は両電荷を結ぶ直線上にあって，同種の電荷のときは反発力が，異種のときは吸引力が作用する。

これを静電気に関する**クーロンの法則**といい，次式で表される。

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1Q_2}{r^2}=9\times10^9\cdot\frac{Q_1Q_2}{r^2}\ \text{〔N〕} \qquad (1-1)$$

この電気力を**クーロン力**あるいは**静電気力**という。

ここでε_0は，真空の**誘電率**で，

$$\varepsilon_0=\frac{10^7}{4\pi c^2}\fallingdotseq 8.854\times10^{-12}\ \text{〔F/m〕}$$

$c\fallingdotseq 2.998\times10^8$〔m/s〕（真空中の光の速度）

である。

ここで，誘電率がεの媒質のとき，式(1－1)は次式で表される。

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Q_1Q_2}{r^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_s\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1Q_2}{r^2}\ \text{〔N〕} \qquad (1-2)$$

$\varepsilon=\varepsilon_s\varepsilon_0$〔F/m〕

ε_sを媒質の**比誘電率**という。

> 例1－1　[　　]の中に適当な答を記入せよ。
> **（以後，～～の部分は省略）**
>
> 距離rを隔てて存在する2つの点電荷q_1，q_2の間に作用する電気力Fは，$F\propto q_1q_2/r^2$である。これを[(1)]の法則という。SI単位系では，媒質の誘電率をεとし，これを$F=$[(2)]$\times q_1q_2/r^2$と表している。等しい電荷をもつ2つの点電荷を真空中で[(3)]〔m〕の距離に離しておくとき，それら相互に作用する電気力Fが$c^2\times10^{-7}$〔N〕（c：光速〔m/s〕とする。）であるような電荷を1Cという。したがって，真空の誘電率ε_0は，[(4)]と決められる。その単位は，〔[(5)]〕である。

〔解　説〕

(1)　この問題は，クーロンの法則に関するものである。

参　照

誘電率については，p.39参照。

チェック

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\fallingdotseq 9\times10^9$〔N·m²/C²〕

チェック

空気の比誘電率は1.000568であるが，実用上は1.0として取り扱う。

(2)　このクーロンの法則は誘電率 ε の媒体中では，式(1－2)で表される。

(3)　式(1－1)に問題の値を代入すると，

$$c^2 \times 10^{-7} = 9 \times 10^9 \frac{1 \times 1}{r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \times 10^9}{(3 \times 10^8)^2 \times 10^{-7}}} = 1\ \mathrm{m}$$

となる。

(4)　$r = 1\ \mathrm{m}$ とわかれば，

$$c^2 \times 10^{-7} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1^2}{1^2}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} = 8.854 \times 10^{-12}$$

となる。

(5)　式(1－1)より ε_0 は，

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi F} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

であるから，これを単位で表せば，

$$\varepsilon_0 = \left[\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N \cdot m^2}}\right] = \left[\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{CV \cdot m}}\right] (\because [\mathrm{N \cdot m}] = [\mathrm{C \cdot V}] = [\mathrm{J}])$$

$$= \left[\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V \cdot m}}\right] = [\mathrm{F/m}]$$

となる。

〔解　答〕 (1)（静電気に関する）クーロン，(2) $\frac{1}{4\pi\varepsilon}$，(3) 1，

(4) $\frac{10^7}{4\pi c^2}$（または 8.854×10^{-12}），

(5) F/m

(2) 電　界

1） 電界の強さ

1つの帯電体の近くに他の帯電体を置くと，2つの帯電体の間にはクーロン力が働く。これは，1つの帯電体のまわりに，他の帯電体を吸引したり反発したりする電気的勢力ができているからである。この電気的勢力の及ぶ範囲を**電界**あるいは**電場**という。とくに電荷が静止している場合の電界を**静電界**という。

正の単位電荷（+1C）を電界のある点にもってきたとき，これ

チェック

電界は，大きさと方向をもつベクトル量である。

に働く力の大きさを，その点の電界の大きさとし，その力の方向を，電界の方向とする。

この定義によると，誘電率 ε の媒質中の点電荷 Q〔C〕から r〔m〕離れた点の電界の強さ E は，次式で表される。

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Q}{r^2}\ \text{〔V/m〕} \qquad (1-3)$$

また，電界の強さ E〔V/m〕の電界中に Q〔C〕の電荷を置いたとき，その電荷に F_Q の力が作用したとすると，

$$F_Q=QE\ \text{〔N〕} \qquad (1-4)$$

したがって，その点の電界の強さ E は，次のようになる。

$$E=\frac{F_Q}{Q}\ \text{〔V/m〕} \qquad (1-5)$$

また，式(1－3)は，次のように表せる。

$$E=\frac{Q}{4\pi r^2}\cdot\frac{1}{\varepsilon}=\sigma\cdot\frac{1}{\varepsilon}\ \text{〔V/m〕} \qquad (1-6)$$

ただし，

$$\sigma=\frac{Q}{4\pi r^2}\ \text{〔C/m}^2\text{〕} \qquad (1-7)$$

この σ を**電荷密度**という。

チェック

式(1－6)については，式(1－19)(p.13)参照。

2）　電気力線，電束

① 電気力線

電界の様子を表すのに，**電気力線**という仮想線を用いる。電気力線には次の性質がある。

(a) 電気力線は，正電荷から出て負電荷に終わる。

(b) 電気力線の接線方向が，その点の電界の方向である。

(c) 電気力線の密度〔本/m²〕は，電界の強さを表す。

(d) 電気力線は互いに交差することなく，導体表面から直角に出入りする。

(e) 電気力線は，それ自身はゴムひものように縮もうとしており，また，互いに反発しようとしている。

図1－1に示すように，誘電率 ε の媒質中の点Oに電荷 Q〔C〕があるとき，r〔m〕離れた点Pの電界の強さ E は式(1－3)であるから，次のように表せる。

この電界の強さ E は，電気力線の性質(c)から電気力線の密度（1

m^2 あたりの数）を表していることになる。

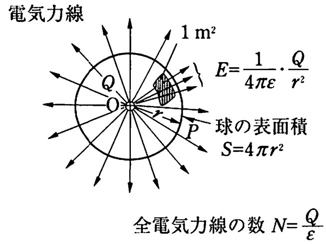
一方，半径 r〔m〕の球の表面積 S は，次式で表される。

$$S = 4\pi r^2 \text{〔m}^2\text{〕} \quad (1-8)$$

したがって，この球面を垂直に貫いている全電気力線の数 N は，

$$N = ES = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon} \quad (1-9)$$

すなわち，誘電率 ε の媒質中に置かれた Q〔C〕の点電荷からは，Q/ε 本の電気力線が放射状に出ていることになる。



●図 1 — 1　点電荷から出る電気力線

この電気力線に単位はなく，無名数である。便宜上〔本〕で数えることがある。

> **例 1 — 2**　真空中において，1 C から出る電気力線の数は，何本か。

〔解　説〕

真空中であるから，$\varepsilon = \varepsilon_0$ であり，式 (1—9) から，

$$N = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{8.854 \times 10^{-12}} = 1.13 \times 10^{11}$$

〔解　答〕　1.13×10^{11} 本

② 電　束

電気力線は，Q〔C〕の電荷から Q/ε〔本〕出ると仮想したため，媒質の誘電率 ε によって電気力線の数が変わる。これに対し，**電束**は媒質の誘電率に関係なく，Q〔C〕の電荷からは Q〔C〕本の電束が出ていると仮想する。

電束は Ψ で表し，単位は電荷と同じ〔C〕である。

よって，Q〔C〕の電荷から出ている総電束数 Ψ は，

$$\Psi = Q \text{〔C〕} \quad (1-10)$$

チェック

電束のことを，誘電束ともいう。

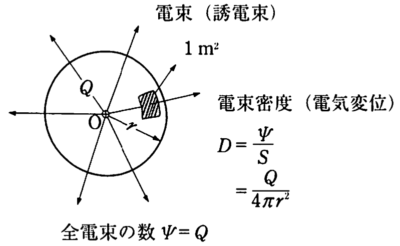
一方，式(1－9)より，$Q=\varepsilon N$〔C〕であるから，Ψ は次式で表される。

$$\Psi=\varepsilon N\text{〔C〕} \quad (1-11)$$

図 1－2 に示すように，Q〔C〕の点電荷から出ている電束は，電気力線と同じように均一に放射状に出ているので，半径 r〔m〕の球面上の単位面積（$1\,\mathrm{m}^2$）を貫く電束 D は，次式で表される。

$$D=\frac{\Psi}{4\pi r^2}=\frac{Q}{4\pi r^2}=\sigma\text{〔C/m}^2\text{〕} \quad (1-12)$$

ここで，D を**電束密度**，あるいは**電気変位**という。



●図 1－2　点電荷から出る電束

また，式(1－8)と式(1－12)より，D は次のようになる。

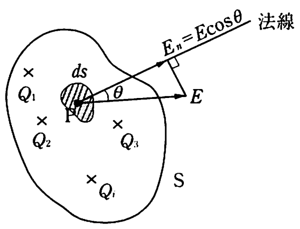
$$D=\varepsilon E=\varepsilon_s\varepsilon_0 E\text{〔C/m}^2\text{〕} \quad (1-13)$$

3）　ガウスの定理

図 1－3 に示すように，電界中の任意の閉曲面 S によって囲まれる全電荷の量と，その閉曲面を通り抜ける全電気力線の数との関係を，一般的に述べたのが**ガウスの定理**である。これを誘電率 ε が閉曲面 S で囲まれた中では一定とした式で表すと，

$$\int_S E_n\cdot ds=\int_S E\cos\theta\cdot ds=\frac{1}{\varepsilon}\sum_{i=1}^{m}Q_i \quad (1-14)$$

ここで，ds は閉曲面 S 上の任意の点 P のまわりの微小面積，E_n は点 P における電界の強さ E の ds の法線方向の成分，θ は E と E_n のなす角度を表す。また，Q_i は閉曲面 S で囲まれた中の電荷を示す。



●図 1－3　ガウスの定理

> **チェック**
>
> $D=\sigma$〔C/m²〕
> すなわち，電束密度と電荷密度は等しい。

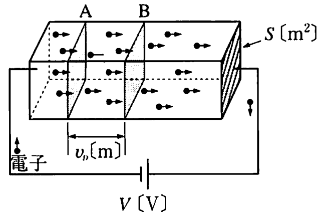
> **チェック**
>
> 分布電荷による電界の強さの計算には，ガウスの定理を用いる。
>
> 点電荷による電界の強さの計算には，クーロンの法則を用いる。

3 章　電子理論

1.　固体電子理論

(1)　固体電子理論の基礎

1)　金属導体中の電子の移動



●図 3 — 1　金属導体中の電子の移動

図 3 — 1 の金属導体において，電子の電荷を e〔C〕，金属導体の電子密度を n〔個 /m^3〕，電子の平均速度を v_D〔m/s〕，導体の断面積を S〔m^2〕とすると，電子が断面 A から断面 B まで 1 秒間移動すれば，断面 A と B で囲まれる立体中を通過する電子数は，nv_DS〔個〕となる。したがって，金属導体中を流れる電流の大きさ I は，

$$I=env_DS\ \text{〔A〕} \qquad (3-1)$$

となる。

また，**電流密度 J** は，

$$J=env_D\ \text{〔A/m}^2\text{〕} \qquad (3-2)$$

2)　半導体素子

①　半導体中の電流密度と導電率

pn 接合ダイオードは，接合面に障壁ができ，整流作用の働きをする。図 3 — 2 のように，接合部を通過するキャリア（電子とホール）が 1 V/m の電界によって受ける速度を**移動度**というが，電子およびホール（正孔）の移動度をそれぞれ μ_n，μ_p〔m^2/Vs〕，電界の強さを E〔V/m〕とすれば，電子とホールの平均速度は，それぞれ次のようになる。

$$v_n=\mu_nE\ \text{〔m/s〕} \qquad (3-3)$$

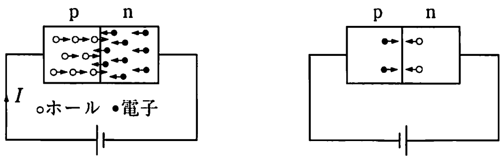
$$v_p=\mu_pE\ \text{〔m/s〕} \qquad (3-4)$$

チェック

$e=-1.602\times10^{-19}$C
n は単位体積中の電子数のことで，自由電子の個数をいう。
断面 A と B までの距離は v_D〔m〕となる。

チェック

半導体中に存在する 2 種類のキャリアのうち，多いほうを**多数キャリア**，少ないほうを**少数キャリア**という。
空乏層にはキャリアはない。



(a)　順方向バイアス　　(b)　逆方向バイアス

●図 3 — 2　**pn 接合ダイオード**

また，**キャリア密度**を n_n，n_p〔個 /m³〕とすれば，電子およびホールによる電流密度 J_n，J_p は，それぞれ次のようになる。

$$J_n = en_n v_n \ \text{〔A/m}^2\text{〕} \qquad (3-5)$$

$$J_p = en_p v_p \ \text{〔A/m}^2\text{〕} \qquad (3-6)$$

したがって，半導体中の電流密度 J は，

$$\begin{aligned} J &= J_n + J_p = en_n v_n + en_p v_p \\ &= en_n \mu_n E + en_p \mu_p E \\ &= (en_n \mu_n + en_p \mu_p)E \\ &= \sigma E \ \text{〔A/m}^2\text{〕} \qquad (3-7) \end{aligned}$$

となる。

式(3 — 7)において，σ は**半導体の導電率**〔S/m〕を表す。

なお，半導体中の電子数とホール数の積は，その温度において一定であり，不純物濃度の大小や種類には無関係となる。

チェック

電子密度とホール密度が等しい半導体は**真性半導体**である。

チェック

式(3 — 7)より半導体の抵抗率 ρ〔Ω·m〕は，

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{E}{J}$$

例 3 — 1　シリコン(Si)の $\boxed{(1)}$ 半導体のキャリア密度が $n_n = n_p$〔m⁻³〕であるとき，電子および $\boxed{(2)}$ の電荷を e〔C〕，それぞれの平均速度を v_n，v_p〔m/s〕，移動度を μ_n，μ_p〔m²/Vs〕，電界の強さを E〔V/m〕とすれば，半導体中の電流密度は $J = \boxed{(3)}$〔A/m²〕で表される。$\boxed{(4)}$ は半導体の導電率を表す。ここで，移動度がそれぞれ 0.15，0.05 m²/Vs で，キャリア密度が 5×10^{16} m⁻³ とすると，シリコンの抵抗率 ρ は $\boxed{(5)}$〔Ω·m〕となる。

ただし，$e = 1.602 \times 10^{-19}$ C である。

〔解　説〕

半導体ではキャリア（電子とホール）が電流を構成する。電子密度とホール密度が等しい半導体を真性半導体という。この半導体中の電流密度は式(3 — 7)で表されるが，この式で導電率 σ は，

$$\sigma = e(n_n \mu_n + n_p \mu_p) \ \text{〔S/m〕}$$

で与えられるので，抵抗率 ρ は，

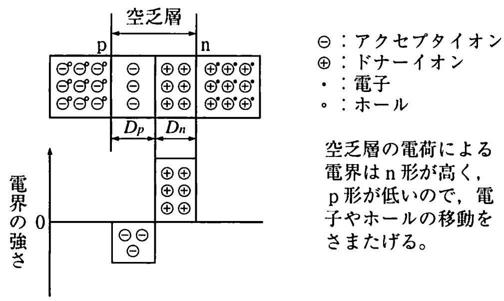
$$\rho=\frac{1}{\sigma}=\frac{1}{e(n_n\mu_n+n_p\mu_p)}$$

$$=\frac{1}{1.602\times10^{-19}(5\times10^{16}\times0.15+5\times10^{16}\times0.05)}$$

$$=\frac{1}{1.602\times10^{-3}}=6.24\times10^{2}\ \Omega\cdot\mathrm{m}$$

〔解　答〕 (1) 真性，(2) ホール，(3) $en_n\mu_nE+en_p\mu_pE$，
(4) $e(n_n\mu_n+n_p\mu_p)$，(5) 6.24×10^2

② pn 接合の静電容量



●図3―3　pn 接合の逆方向バイアス

pn 接合に逆方向バイアスを印加すると，電子またはホールが欠けて帯電している**空乏層**が広がり，それが静電容量となる。

いま，**図3―3**のように，ｐ形とｎ形が接触すると，拡散によってキャリアは密度の大きい方から小さい方へ移動する。これによりｎ形の電子はｐ形へ，ｐ形のホールはｎ形へ拡散して中和する。

したがって，ホールを失ったｐ形には**陰イオン**，電子を失ったｎ形には**陽イオン**が残され，接合面付近ではｐ形は負に，ｎ形は正に帯電することになる。この領域では，キャリアが失われて絶縁体のように高い抵抗体となり，空乏層と呼ばれている。

接合面における微小蓄積電荷を dq，それによる電圧を dV とすれば，接合面の静電容量 C は，

$$C=-\frac{dq}{dV}\ \text{〔F〕} \qquad (3-8)$$

で表される。

また，負電荷および正電荷の幅をそれぞれ D_p，D_n〔m〕，濃度をそれぞれ n_p，n_n〔1/m³〕，接合面の面積を S〔m²〕，素子の誘電率を ε〔F/m〕とすると，電荷の分布が階段状のときの静電容量 C は，

チェック

順方向バイアスを印加すると，空間電荷による電界を打ち消すように作用し，逆方向バイアスを印加すると電界をさらに強める作用をする。

チェック

Si の接合ダイオードは逆方向電流も少なく，選択度 Q も高いので可変容量として用いられるが，これを**バリキャップダイオード**という。

チェック

空乏層を**空間電荷層**ともいう。

チェック

n_p を**アクセプタ濃度**といい，n_nを**ドナー濃度**という。

$$C=\frac{\varepsilon S}{D_p+D_n}\ [\mathrm{F}] \qquad (3-9)$$

となる。

接合面での電荷 q は，

$$q=en_nD_nS=en_pD_pS\ [\mathrm{C}] \qquad (3-10)$$

となる。式(3－10)より，

$$D_n=\frac{q}{eS}\left(\frac{1}{n_n}\right)[\mathrm{m}] \qquad (3-11)$$

$$D_p=\frac{q}{eS}\left(\frac{1}{n_p}\right)[\mathrm{m}] \qquad (3-12)$$

であるから，

$$D_n+D_p=\frac{q}{eS}\left(\frac{1}{n_n}+\frac{1}{n_p}\right)[\mathrm{m}] \qquad (3-13)$$

になる。

また，式(3－8)，(3－9)，(3－11)，(3－12)より，

$$dq=-CdV=\frac{-\varepsilon eS^2}{q\left(\frac{1}{n_n}+\frac{1}{n_p}\right)}dV\ [\mathrm{C}] \qquad (3-14)$$

これより空乏層の電荷が0になる電圧を V_o [V]とし，その電荷が q [C]になる電圧 V [V]まで，式(3－14)を積分すると，

$$\int_0^q qdq=\frac{-\varepsilon eS^2}{\left(\frac{1}{n_n}+\frac{1}{n_p}\right)}\int_{V_0}^{V}dV \qquad (3-15)$$

$$\frac{1}{2}q^2=\frac{\varepsilon eS^2}{\left(\frac{1}{n_n}+\frac{1}{n_p}\right)}(V_o-V) \qquad (3-16)$$

よって，電荷 q は，

$$q=\sqrt{\frac{2\varepsilon eS^2}{\left(\frac{1}{n_n}+\frac{1}{n_p}\right)}(V_0-V)}\ [\mathrm{C}] \qquad (3-17)$$

したがって，静電容量 C は，式(3－17)を式(3－14)に代入すると，

$$C=-\frac{dq}{dV}$$

$$=\frac{S}{(V_0-V)^{\frac{1}{2}}}\sqrt{\frac{\varepsilon e}{2}\left(\frac{n_nn_p}{n_n+n_p}\right)}\ [\mathrm{F}] \qquad (3-18)$$

となる。

また，印加電圧0Vのときの静電容量 C_0 は，次のようになる。

チェック

$\frac{dF(x)}{dx}=f(x)$ のとき，

$F(x)=\int f(x)dx$

になる。

この $f(x)$ を知って $F(x)$ を求めることを，$f(x)$ を積分するといい，$F(x)$ を $f(x)$ の積分という。

●定積分

$F(b)-F(a)$

$=\int_a^b f(x)dx$

$=\{F(b)+C\}-\{F(a)+C\}$

$=\left[\int f(x)dx\right]_a^b$

$=\left[F(x)\right]_a^b$

$\int_a^b cx^ndx$

$=\left[\frac{c}{n+1}x^{n+1}\right]_a^b$

$=\frac{c}{n+1}(b^{n+1}-a^{n+1})$

$$C_0=\frac{S}{\sqrt{V_0}}\sqrt{\frac{\varepsilon e}{2}\left(\frac{n_n n_p}{n_n+n_p}\right)}\ \text{〔F〕} \quad (3-19)$$

（2） 電子の放出

1） 熱電子放出

物体を高温度に熱したときに物体の表面から電子を放出するが，この電子を**熱電子**という。物体の単位面積当たりの放出電子流 I_s〔A/m^2〕は，物体を加熱する絶対温度を T〔K〕，仕事関数を ϕ，ボルツマン定数を $k=8.62\times10^{-5}$eV/K とすると，次の式で表される。

$$I_s=A_0T^2\varepsilon^{-\frac{e\phi}{kT}}\ \text{〔A/m}^2\text{〕} \quad (3-20)$$

なお，I_s を**温度制限電流**ともいう。

また，電子の質量を $m=9.1\times10^{-31}$kg，プランクの定数を $h=4.14\times10^{-15}$eV·s とすれば，

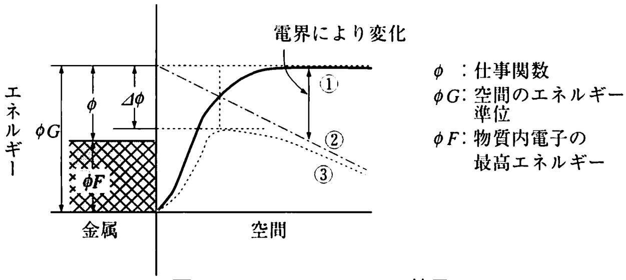
$$A_0=\frac{4\pi mk^2}{h^3}$$

$$\fallingdotseq 1.2\times10^6\,\text{A/m}^2/\text{K}^2 \quad (3-21)$$

である。

熱電子を放出する物質の陰極に強電界を加えると，仕事関数が減少して，温度制限電流が増加する。いいかえれば，金属表面からの熱電子放出は，外部から電界を加えることにより増加する。これを**ショットキー効果**という。

いま，外部電界を加えた場合の金属表面における仕事関数の減少分 $\Delta\phi$ は，**図 3 — 4** に示される。



●図 3 — 4　ショットキー効果

図において，①は外部電界が作用していないときの位置エネルギー，②は外部電界の位置エネルギー，③は外部電界が作用しているときの位置エネルギーを示し，このときは $\Delta\phi$ だけ仕事関数が低下し，熱電子が放出しやすくなることを表している。

ここで，熱電子放出する金属板は真空中にあり，真空の誘電率を

チェック

●仕事関数

物体の表面にある電子が外部空間に飛び出すために必要な最小エネルギーで，空間のエネルギー準位と物質内電子の最高エネルギーとの差である。