電気主任技術者

電験三種受験講座

理論1

職業訓練法人 日本技能教育開発センター

理　論

学習のポイント

電気技術者を目指す方が，最初に学ぶのが電気理論です。この科目は，電気工学の基礎であるため，十二分に理解し，応用できる力を養うことが大切です。

この科目では，①理論式（公式）のもつ意味，②理論式の取り扱い，③理論式を用いた計算のしかた，④関連用語などをそれぞれ理解し，習熟するよう努力することが必要です。

とりわけ，「理論」の電験出題問題の特徴は，A問題中の７～８割が計算問題であるということです。

したがって，試験に合格するためには，テキストや参考書を読むだけでは実力はつきません。日頃から，自らの力で「問題を解く」習慣を身につけておくことが大切です。すなわち，理論の合格のポイントは，「理論式の扱いとそれを解く計算力にあり」ということになります。

● 計算のポイント

(1)　問題をよく読み，題意の数値を記号化する（磁束→Φ，巻数→Nなど）。

(2)　解法の手順を考え，公式・法則を用いて式を立てる。このとき諸量の単位（cm→10^{-2}m，cm^2→10^{-4}m^2，mA→10^{-3}Aなど）に留意する。

(3)　計算処理

　①　分数式ではできるだけ約分し，数値を簡単にする。

　②　指数処理においては，符号（＋，－）に留意する。

(4)　答えの位取り，単位等について，十分なチェックを行う。

● 重要公式を覚える

公式は，計算問題（公式が出題されることもある）を解く道具であり，公式の意味を知ることが正しく覚えられる「コツ」です。

本講座の学習によって，理論に関する専門知識を十分身につけることこそが，他の科目（電力・機械および法規）の理解を深め，ひいては，電験三種の合格に結びつくのです。みなさんの努力を期待しております。

まえがき

受講者のみなさん，ここに「電験三種受験講座」をお届けいたします。

本講座の学習期間は6か月間です。また，学習のスケジュールは，1，2か月目が「理論」，3か月目が「電力」，4，5か月目が「機械」，6か月目が「法規」という構成になっています（科目別コースの「理論」を選択された方は，「理論」を3か月間で学びます）。

本テキストは，受講者一人ひとりに電気理論を徹底的に理解していただくために，過去に出題された問題も含め，必要と思われる用語，問題を精選するとともに，次の点に配慮して編集しました。

1．学習効果を高めるために，各章のはじめに，学習上重要な事項を列挙した。また，本文中においては，その部分を2色刷とした。
2．「理論」に対する理解を深め，諸公式等の取扱いを習得していただくために，例題を設け，わかりやすい解説を付けた。
3．演習問題も，電験に準拠してA，Bの2種類に分け，Aは基礎的なもの，Bは多少難しい問題を選び，受験対策に役立つようにした。
4．重要な事がら，留意すべきこと，誤りやすい箇所などには，〔チェック〕，あるいは，〔テクニック〕という形でコメントを付けた。

さて，みなさんは，テキストに基づいて学習をし，課題に取り組み，自らの理解度をチェックすることになります。答えられない問題もあるかもしれませんが，テキストの関連箇所をくり返し学習し，さらには質問券を利用するなど課題解決に努力されることを期待しております。

なお，電験三種に合格された方々の体験談をうかがいますと，

① 毎日1～3時間計画的に学習を進めた。
② 公式カードや重要ポイントのノートを作り，くり返し学習した。
③ 過去の電験問題をマスターした。

など，異口同音に述べています。

本講座が，みなさんの精進とあいまって，初期の目的が達成されることを願うものであります。

1997年7月　　著　者

1章 電気数学のポイント

1．平方根の解

(1) $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$

(2) $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

(3) $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

(4) $\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$

(5) $\sqrt{400}=\sqrt{20^2}=20$

2．指数の性質 ($a>0$, $b>0$)

(1) $a^0=1\ (a\neq 0)$

(2) $a^m\times a^n=a^{m+n}$, $(a^m)^n=a^{mn}$

$(ab)^m=a^m b^m$

(3) $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

(4) $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$, $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$

3．対数 ($a>0, a\neq 1, x>0, y>0$)

(1) $\log_a 1=0$ (2) $\log_a a=1$

(3) $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$

(4) $\log_a x^n=n\log_a x$

(5) $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$

(6) $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}\ (b>0,\ b\neq 1)$

4．常用対数と自然対数

(1) $\log_{10}e=\dfrac{1}{\log_e 10}=0.4343$

(2) $\log_e 10=\dfrac{1}{\log_{10}e}=2.3$

5．近似計算

$$(1+x)^n=1+nx+\frac{n(n-1)}{1\times 2}\times x^2$$

6．三角関数

(1) $\sin\theta=\dfrac{高さ}{斜辺}$, $\cos\theta=\dfrac{底辺}{斜辺}$

$\tan\theta=\dfrac{高さ}{底辺}$

(2) $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

(3) $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

7．正弦定理

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

8．弧度法

$$\alpha=\frac{\pi}{180}\times\theta°\text{〔rad〕}$$

9．虚数単位

$j=\sqrt{-1}$, $j^2=-1$, $j^3=-j$, $j^4=1$

10．複素数

(1) $\dot{A}=a+jb$

$|\dot{A}|=A=\sqrt{a^2+b^2}$, $\theta=\tan^{-1}\dfrac{b}{a}$

(2) $\dot{A}=A(\cos\theta+j\sin\theta)$ 三角関数表示

(3) $\dot{A}=A\angle\theta$ (極座標表示)

11．複素数の計算

(1) 加減算

$\dot{A}_1\pm\dot{A}_2=(a_1+jb_1)\pm(a_2+jb_2)$

$=(a_1\pm a_2)+j(b_1\pm b_2)$

(2) 乗　除

$\dot{A}=\dot{A}_1\dot{A}_2=A_1A_2\angle\theta_1+\theta_2$

$\dot{A}=\dfrac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2}=\dfrac{A_1}{A_2}\angle\theta_1-\theta_2$

理論 1

1章　電気数学

1．平方根

平方根は，インピーダンス，有効電流，無効電流，電力の計算によく使われる。平方根を求めるには，まず，2乗の数を覚えておくことが大切であり，電験では**表1－1**に示すものが，とくに使われている。

（1）　平方根の解

例えば，次のようになる。

$$\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$$

$$\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$$

$$\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=\sqrt{13^2}=13$$

数	2乗	数	2乗
1	1	11	121
2	4	12	144
3	9	13	169
4	16	14	196
5	25	15	225
6	36	16	256
7	49	18	324
8	64	20	400
9	81	24	576
10	100	25	625

●**表1－1**

なお，**表1－2**は基本となる平方根の値とその覚え方を示したものです。ぜひ覚えてください。

$\sqrt{1}=1$	$\sqrt{6}=2.44949$ フタヨシクシク（二夜シクシク）
$\sqrt{2}=1.4142$ ヒトヨヒトヨニ（人世人世に）	$\sqrt{7}=2.64575$ ナ ニムシイナイ（菜・に虫いない）
$\sqrt{3}=1.732$ ヒトナミニ（人並に）	$\sqrt{8}=2.8284$ ニヤニヤシ（ニヤニヤシ）
$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{9}=3$
$\sqrt{5}=2.2360679$ フジサンロクオームナク（富士山麓オーム鳴く）	$\sqrt{10}=3.162$ ミイロニ（三色に）

●**表1－2　平方根の覚え方**

（2）　分数の平方根

一般に，分数の平方根を求めるには，分母ができるだけ簡単な完全平方になるような数を分母分子に掛けて，分子だけを平

チェック

$\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$

$\sqrt{225}=\sqrt{15^2}=15$

$\sqrt{400}=\sqrt{20^2}=20$

$\sqrt{625}=\sqrt{25^2}=25$

テクニック

$\sqrt{5}=\sqrt{\frac{10}{2}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$

で求まる。

$\sqrt{6}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

で求まる。

$\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=$

$2\sqrt{2}$で求まる。

以上のことから，最低，

$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$，$\sqrt{7}$

および$\sqrt{4}$，$\sqrt{9}$を覚えておくことが大切。

方に開き，完全平方になった分母で分子の平方根を割るようにするとよい。

例1－1　① $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ を小数点以下3桁まで求めよ。
② $\sqrt{\dfrac{27}{12}}$ を小数点以下2桁まで求めよ。

〔解　説〕

① $\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\times1.414}{2}=3\times0.707=2.121$

② $\sqrt{\dfrac{27}{12}}=\sqrt{\dfrac{27\times3}{12\times3}}=\sqrt{\dfrac{81}{36}}=\sqrt{\dfrac{9^2}{6^2}}=\dfrac{9}{6}=1.50$

テクニック

分子・分母に$\sqrt{2}$を掛ける。

●分母を完全平方にするため3を掛けている。

2．指数関数

$10\times10\times10\times10=10^4$

$2\times2\times2=2^3$

$3\times3=3^2$

以上のように，それぞれの右肩に，掛け合わせた個数を小さく書いて表す方法がある。

一般に，$a\neq0$ のとき，

$$\overbrace{a\times a\times a\times\cdots\cdots\times a}^{n個}=a^n \qquad (1-1)$$

式(1－1)において，nをa^nの指数という。

チェック

a^nはaのn乗と呼び，nをa^nの指数といい，数aのn個の積を表している。

(1)　指数の性質

一般に，$ab\neq0$，m，nを正の整数とするとき，次の指数法則が成り立つ。

$$a^m\times a^n=a^{m+n} \qquad (1-2)$$

$$(a^m)^n=a^{mn} \qquad (1-3)$$

$$(ab)^m=a^mb^m \qquad (1-4)$$

例えば，次のように表すことができる。

$10^2\times10^3=10^{2+3}=10^5$

チェック

電気工学では，aが10の場合を多く扱う。10^2，10^4，10^{-2}，10^{-4}など。

$$(10^2)^3=10^{2\times 3}=10^6$$
$$(5\times 3)^3=5^3\times 3^3$$

(2) 指数が0や負の整数の場合

指数法則は，m，nが0や負の整数の場合にも拡張できる。例えば，$m=5$，$n=-3$とすると，次のようになる。

$$a^5\times a^{-3}=a^{5+(-3)}=a^{5-3}=a^2$$

一方，

$$a^5\times\frac{1}{a^3}=\frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a}=a^2$$

となる。以上，二つの結果から，次のように表すことができる。

$$a^{-3}=\frac{1}{a^3}$$

一般に，次の式が成り立つ。

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n} \qquad (1-5)$$

また，$m=5$，$n=0$とすると，次式のようになる。

$$a^m\times a^n=a^5\times a^0=a^{5+0}=a^5$$

このことから，$a^0=1$ $(a\neq 0)$となることがわかる。

チェック

$$a^m\div a^n=\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$$

チェック

a^{-n}は「aを$-n$個掛け合わせた積」という意味ではない。$-n$乗とは，n乗分の1のことである。

チェック

どんな数でもその数の0乗は常に1である。
例えば，
$a^0=1$
$2^0=1$
$10^0=1$

例1－2　次に示す各式を，簡単な式にまとめよ。

① $10^{-5}\times 10^{-3}$　② $(10^2)^{-3}$

③ $\dfrac{50\times 10^{-6}}{(5\times 10^{-2})^2}$　④ $2\times 10^{-6}+3\times 10^{-7}$

⑤ $2^2\times 2^3\div 2^5$　⑥ $\dfrac{1}{2\times 10^{-7}\times 10^4}$

〔解　説〕

① $10^{-5}\times 10^{-3}=10^{-5-3}=10^{-8}$

② $(10^2)^{-3}=\dfrac{1}{(10^2)^3}=\dfrac{1}{10^6}=10^{-6}$

③ $\dfrac{50\times 10^{-6}}{(5\times 10^{-2})^2}=\dfrac{50\times 10^{-6}}{25\times 10^{-4}}=2\times 10^{-6+4}=2\times 10^{-2}$

④ $2\times 10^{-6}+3\times 10^{-7}=2\times 10^{-6}+0.3\times 10^{-6}=2.3\times 10^{-6}$

テクニック

②$(10^2)^{-3}=10^{2\times(-3)}$
$=10^{-6}$
④和を求める場合には，指数を一致させること。
$\left(\begin{array}{l}2\times 10^{-6},\\ 3\times 10^{-7}=0.3\times 10^{-6}\end{array}\right)$

⑤ $2^2\times2^3\div2^5=2^{2+3-5}=2^0=1$

⑥ $\dfrac{1}{2\times10^{-7}\times10^4}=\dfrac{1}{2\times10^{-7+4}}=\dfrac{1}{2\times10^{-3}}=\dfrac{1}{2}\times10^3$

(3) 指数が分数の場合

指数が分数の場合でも，指数法則が適用される。

一般に，nが正の整数のとき，次の式が成り立つ。

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}\quad(a>0) \qquad (1-6)$$

例1－3　次に示すa^nの形は根号に，根号はa^nの形に直せ。

① $2^{\frac{3}{2}}$　② $3^{\frac{1}{3}}$　③ $\sqrt{3}$　④ $\sqrt{125}$

〔解　説〕

① $2^{\frac{3}{2}}=\sqrt{2^3}=\sqrt{2\times2\times2}=\sqrt{8}$

② $3^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{3}$

③ $\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}$

④ $\sqrt{125}=\sqrt{5^3}=(5^3)^{\frac{1}{2}}=5^{\frac{3}{2}}$

3．対　数

(1) 対数関数

関数 $y=a^x$ を，aを底とするxの指数関数といい，yは $a>1$ のとき増加し，$0<a<1$ のときは，yの値は減少するグラフになる。$a^x=y$ $(a>0,\ a\neq1)$ ならば，xは次の式で表すことができる。

$$x=\log_a y \qquad (1-7)$$

式(1－7)を対数関数という。ここで，aを対数関数の底という。

なお，式からわかるように，対数の値とは指数のことである。すなわち，$\log_a y$とは，aを何乗したらyになるかという数のことである。

例1－4　次に示す式を対数で表せ。

① $3^2=9$　② $5^2=25$　③ $10^4=10000$　④ $10^{-1}=\dfrac{1}{10}$

チェック

$\sqrt[n]{a}$ は $a^{\frac{1}{n}}$ と書ける。これをaのn乗根という。

分数の指数についても指数法則が適用される。

チェック

$x^{\frac{1}{2}}=\sqrt[2]{x^1}$ としないで，$\sqrt{x}$ とする。

$\sqrt[2]{x}$ 省略する

チェック

$y=a^x \overset{逆関数}{\longleftrightarrow} x=\log_a y$

式(1－7)の読み方は，「aを底とするロッグy」

理論 1

〔解　説〕

① $3^2=9$　　$\log_3 9=2$

② $5^2=25$　　$\log_5 25=2$

③ $10^4=10000$　　$\log_{10}10000=4$

④ $10^{-1}=\dfrac{1}{10}$　　$\log_{10}\dfrac{1}{10}=-1$

（2） 対数関数の性質

対数関数の性質は，その逆関数である指数関数の法則から導かれる。一般に，$a>0$，$a\neq 1$，$x>0$，$y>0$ とすると，次のように表される。

$$\log_a xy=\log_a x+\log_a y \qquad (1-8)$$

$$\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y \qquad (1-9)$$

$$\log_a x^n=n\log_a x \qquad (1-10)$$

また，a，b，c は正の数で $a\neq 1$，$c\neq 1$ とすれば，

$$\log_a x=\frac{\log_c x}{\log_c a} \qquad (1-11)$$

式(1－11)を底の変換公式という。

> 例 1 － 5　　自然対数 $\log_\varepsilon x$ を常用対数に変換せよ。
> ただし，$\log_{10}\varepsilon=0.4343$ とする。

〔解　説〕

式(1－11)を用いると，次のようになる。

$$\log_\varepsilon x=\frac{\log_{10}x}{\log_{10}\varepsilon}=\frac{\log_{10}x}{0.4343}=2.303\log_{10}x \qquad (1-12)$$

なお，式(1－12)の結果から，次の式が得られる。

$$\log_{10}x=0.4343\log_\varepsilon x \qquad (1-13)$$

（3） 常用対数

数値計算では常用対数が使われる。したがって，次に示す値を覚えておけば，対数計算には十分対応できる。

$\log_{10}1=0$，$\log_{10}2=0.3010\fallingdotseq 0.3$

テクニック

$a^0=1$，$\log_a 1=0$

$a^1=a$，$\log_a a=1$

①常用対数
$\log_{10}x$ のように底が10の対数のこと。

②自然対数
$\log_\varepsilon x$ のように ε を底とする対数のこと。

チェック

式(1－12)から，常用対数を2.3倍すると自然対数になる。また，式(1－13)から，自然対数を0.4343倍すると常用対数になる。

チェック

0や負の数の対数は存在しない。

$\log_{10}3=0.4771 \fallingdotseq 0.48$, $\log_{10}7=0.8451 \fallingdotseq 0.85$

$\log_{10}10=1$, $\log_{10}100=2$

例1－6　次の対数の値を求めよ。

① $\log_{10}200$　② $\log_{10}50$　③ $\log_{10}6$　④ $\log_{10}8$

⑤ $\log_{10}0.25^2$　⑥ $\log_5 8$

〔解　説〕

① $\log_{10}200=\log_{10}(2\times100)=\log_{10}2+\log_{10}100 \fallingdotseq 0.3+2=2.3$

② $\log_{10}50=\log_{10}(100\div2)=\log_{10}100-\log_{10}2 \fallingdotseq 2-0.3=1.7$

③ $\log_{10}6=\log_{10}(2\times3)=\log_{10}2+\log_{10}3 \fallingdotseq 0.3+0.48=0.78$

④ $\log_{10}8=\log_{10}2^3=3\log_{10}2 \fallingdotseq 3\times0.3=0.9$

⑤ $\log_{10}0.25^2=2\log_{10}\dfrac{1}{4}=2(\log_{10}1-\log_{10}2^2)$

$=2(\log_{10}1-2\log_{10}2) \fallingdotseq 2(0-2\times0.3)=-1.2$

⑥ $\log_5 8=\dfrac{\log_{10}8}{\log_{10}5}=\dfrac{\log_{10}2^3}{\log_{10}\dfrac{10}{2}}=\dfrac{3\log_{10}2}{\log_{10}10-\log_{10}2}$

$\fallingdotseq \dfrac{3\times0.3}{1-0.3}=\dfrac{0.9}{0.7} \fallingdotseq 1.3$

テクニック

$200=2\times100$
$50=\dfrac{100}{2}$
$0.25=\dfrac{1}{4}$

$\log_{10}2$や$\log_{10}100$など，値のわかっているものに置き換える。

底の変換公式の活用例

4．近似計算

電気の計算問題の解法において，二項定理を応用した近似式を利用する場合がある。この近似式とその取り扱い方について学ぶことにする。

一般に，$(a+b)$のn乗の場合，次のように展開される。

$$(a+b)^n=a^n+na^{n-1}b+\frac{n(n-1)}{1\times2}a^{n-2}b^2+\cdots \quad (1-14)$$

これを二項定理といい，nは正の整数に限らず，どんな数でもあてはまる。

例えば，$n=2$ および 3 の場合，次のようになる。

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

ここで，$a=1$，$b=x$ とおくと，式(1－14)は，次のように表すことができる。

$$(1+x)^n=1+nx+\frac{n(n-1)}{1\times 2}x^2+\cdots \qquad (1-15)$$

上式において，xの絶対値が1より小であれば，あとの高次式は切り捨てても精度の高い近似値が得られる。

$|x|\ll 1$であれば，次の式で近似値を求めればよい。

$(1+x)^n \fallingdotseq 1+nx$（第1近似式）

$(1+x)^n \fallingdotseq 1+nx+\dfrac{n(n-1)}{1\times 2}x^2$（第2近似式）

チェック

$|x|\ll 1$
「xの絶対値が1に比べて極めて小さい」という意味。

例1－7　$(1.10)^{3.6}$の値を第1近似式および第2近似式で求め，その結果を比較せよ。

〔解　説〕

〈第1近似式の適用〉

$$(1.10)^{3.6}=(1+0.1)^{3.6}=1+(3.6\times 0.1)=1.36$$

〈第2近似式の適用〉

$$\begin{aligned}(1.10)^{3.6}&=(1+0.1)^{3.6}\\&=1+(3.6\times 0.1)+\frac{3.6(3.6-1)}{2}\times 0.1^2\\&=1+0.36+0.0468=1.4068\fallingdotseq 1.41\end{aligned}$$

第2近似式のほうが，精度が高まる。

チェック

第2近似値を真の値とすると，誤差εは，
$|\varepsilon|=\dfrac{|1.36-1.41|}{1.41}\times 100=3.5\%$

5．代　数

代数計算といっても，電験では，単なる算術計算を解くという問題は出題されない。しかし，ごく普通の基本公式をいくつか記憶し，二元一次方程式および二次方程式の解き方だけは理解しておくことが大切である。

(1)　乗法公式

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \qquad (1-16)$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \qquad (1-17)$$

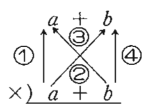
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \qquad (1-18)$$

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab \qquad (1-19)$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \qquad (1-20)$$

テクニック

式(1－16)，(1－17)の$2ab$は$a\times b$の2倍。



① a^2
② ab
③ ab
+) ④ b^2
$=a^2+2ab+b^2$

(2) 二元一次方程式の解

1) 代入法による解

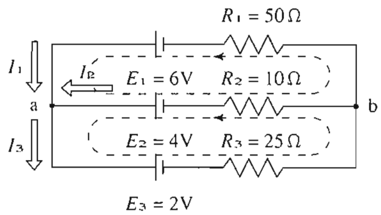
二元一次方程式を解くには，必ず独立した2つの方程式がないと解けない。また，解き方としては，消去法や代入法により，未知数を求める。

$$\left.\begin{aligned} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1-21)$$

上の方程式の解は，次のようになる。

$$x=\frac{b_2c_1-b_1c_2}{a_1b_2-a_2b_1},\quad y=\frac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1} \qquad (1-22)$$

例1－8



●図1－1

図1－1の回路の電流のI_1，I_2，I_3を求めるには，次の式が必要である。

$$\left.\begin{aligned} &I_1+I_2=I_3 \quad \cdots\cdots\cdots ① \\ &50I_1-10I_2=2 \cdots\cdots ② \\ &10I_2+25I_3=2 \cdots\cdots ③ \end{aligned}\right\} \qquad (1-23)$$

式(1－23)の解を求めよ。

〔解　説〕

代入法を用いて解く。

①を③に代入すると，

$$10I_2+25(I_1+I_2)=2$$

$$10I_2+25I_1+25I_2=2$$

$$25I_1+35I_2=2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ③'$$

③′×2－②を求めると，

テクニック

式(1－22)を覚えるのは大変である。例1－8の「解き方」をマスターすること。

テクニック

図中の点線は，「たどる向き」

テクニック

①の$I_3=(I_1+I_2)$より，
③のI_3を(I_1+I_2)に置き換えること。

$$50I_1+70I_2=4 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{③}'\times 2$$

$$-)\ 50I_1-10I_2=2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

$$80I_2=2$$

$$\therefore \quad I_2=\frac{2}{80}=\frac{1}{40}=0.025\ \text{A}$$

$I_2=0.025$ を②に代入すると，

$$50I_1-(10\times 0.025)=2$$

$$50I_1-0.25=2$$

$$I_1=\frac{2+0.25}{50}=\frac{2.25}{50}=0.045\ \text{A}$$

$I_1=0.045$，$I_2=0.025$ を①に代入すると，

$$I_3=I_1+I_2=0.045+0.025=0.07\text{A}$$

$$答 \begin{cases} I_1=0.045\text{A} \\ I_2=0.025\text{A} \\ I_3=0.07\text{A} \end{cases}$$

テクニック

③′を 2 倍する。そして②を引き算する。

テクニック

$I_2=0.025$と値がわかったので，②のI_2を数値に置き換える。

I_1, I_2の値がわかったので，①にそれらの値を入れるとI_3の値が求まる。

2）　行列式を用いた解

3 次の行列式とは，3×3個の数を縦横に並べた式である。

$$\left.\begin{aligned} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{aligned}\right\}$$

上の方程式の解は，次のようになる。

$$x=\frac{\Delta x}{\Delta},\quad y=\frac{\Delta y}{\Delta},\quad z=\frac{\Delta z}{\Delta} \qquad (1-24)$$

ただし，Δは方程式の左辺の係数をそのまま並べたもので，次のようになる(分母)。

$$\Delta=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \overset{①}{a_1b_2c_3}+\overset{②}{b_1c_2a_3}+\overset{③}{c_1a_2b_3} \overset{④}{-c_1b_2a_3}\overset{⑤}{-b_1a_2c_3}\overset{⑥}{-a_1c_2b_3}$$

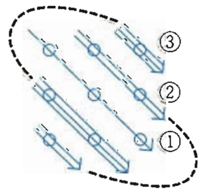
次にΔxはΔのxの係数部分a_1、a_2、a_3を右辺の定数項d_1、d_2、d_3に置き換える。各項の積は，分母と同じ。

テクニック

この方法は機械的なので，覚えると使いやすい。

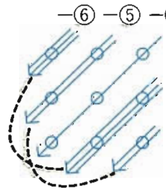
テクニック

左上から右下へ対角線の各項の積は⊕



右上から左下への対角線の各項の積は⊖

−⑥ −⑤ −④



なお，$\varDelta y$，$\varDelta z$についても，y，zの係数部分を定数項と置き換えればよい。

$$\varDelta x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=\begin{aligned}&d_1b_2c_3+b_1c_2d_3+c_1d_2b_3\\&-c_1b_2d_3-b_1d_2c_3-d_1c_2b_3\end{aligned}$$

分母と異なる部分

同様にして$\varDelta y$，$\varDelta z$は次のようになる。

$$\varDelta y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}=\begin{aligned}&a_1d_2c_3+d_1c_2a_3+c_1a_2d_3\\&-c_1d_2a_3-d_1a_2c_3-a_1c_2d_3\end{aligned}$$

$$\varDelta z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}=\begin{aligned}&a_1b_2d_3+b_1d_2a_3+d_1a_2b_3\\&-d_1b_2a_3-b_1a_2d_3-a_1d_2b_3\end{aligned}$$

例 1 − 9　例 1 − 8 を，行列式を用いて解け。

$$\begin{cases} I_1+I_2=I_3 \\ 50I_1-10I_2=2 \\ 10I_2+25I_3=2 \end{cases}$$

〔解　説〕

まず，3×3 個を縦横に並べるために，与式を次のように係数部分をそろえて並べる。

$$\begin{cases} I_1+I_2-I_3=0 \\ 50I_1-10I_2+0=2 \\ 0+10I_2+25I_3=2 \end{cases}$$

$$\varDelta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 50 & -10 & 0 \\ 0 & 10 & 25 \end{vmatrix}\quad \begin{aligned}&=\overset{①}{(-10\times25)}+\overset{②}{0}-\overset{③}{(50\times10)}-\overset{④}{0}-\overset{⑤}{(50\times25)}-\overset{⑥}{0}\\&=-250-500-1250=-2000\end{aligned}$$

$$I_1\varDelta=\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -10 & 0 \\ 2 & 10 & 25 \end{vmatrix}\quad \begin{aligned}&=0+0-(2\times10)-(2\times10)-(2\times25)-0\\&=-20-20-50=-90\end{aligned}$$

テクニック

該当する項がない場合は，0とおく。

〔チエック〕

①$=1\times(-10)\times25$
$=-250$

②$=1\times0\times0=0$

③$=-1\times50\times10$
$=-500$

④$=(-1)\times(-10)$
$\times0=0$

⑤$=1\times50\times25$
$=1250$

⑥$=1\times0\times10$
$=0$

$$I_{2\Delta}=\begin{vmatrix} 1 & \boxed{0} & -1 \\ 50 & \boxed{2} & 0 \\ 0 & \boxed{2} & 25 \end{vmatrix}\begin{aligned}&=(2\times25)+0-(50\times2)-0-0-0\\&=50-100=-50\end{aligned}$$

$$I_{3\Delta}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & \boxed{0} \\ 50 & -10 & \boxed{2} \\ 0 & 10 & \boxed{2} \end{vmatrix}\begin{aligned}&=-(10\times2)+0+0-0-(50\times2)-(2\times10)\\&=-20-100-20=-140\end{aligned}$$

以上の結果，次のようになる。

$$I_1=\frac{I_{1\Delta}}{\Delta}=\frac{-90}{-2000}=\frac{9}{200}=0.045\text{A}$$

$$I_2=\frac{I_{2\Delta}}{\Delta}=\frac{-50}{-2000}=\frac{5}{200}=0.025\text{A}$$

$$I_3=\frac{I_{3\Delta}}{\Delta}=\frac{-140}{-2000}=\frac{14}{200}=0.07\text{A}$$

なお，I_3はI_1，I_2の結果を①に代入して求めてもよい。

チェック
この結果は例1−8と一致する。

（4） 二次方程式

二次方程式 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）の解は，次式で表される。

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad (1-25)$$

もし，方程式が $x^2-2bx+c=0$ の形のときは，xは次のようになる。

$$x=b\pm\sqrt{b^2-c} \qquad (1-26)$$

電験では，この形がよく出題されている。x^2の項の係数が 1 のときは，一応は因数分解できるかどうか考えるとよい。

また，方程式が $x^2-(a+b)x+ab=0$ の形のときは，

$$(x-a)(x-b)=0$$

と因数分解ができ，$x=a$，$x=b$ と 2 根とも正数となる。

もし，abの積が負であれば，必ず 1 つの根は正であり，他の 1 つは負となる。

テクニック
●解の判別

式（1−25）の根号内の $b^2-4ac=D$ を判別式という。

$D=b^2-4ac>0\rightarrow$ 異なる 2 つの実数根。
$D=b^2-4ac=0\rightarrow$ 1 つの実数根。
$D=b^2-4ac<0\rightarrow$ 異なる 2 つの虚数根。

チェック
結果として得られた二つの根のうち，どちらが題意に適するか，吟味が必要である。

> **例 1−10**　次の二次方程式を解け。
>
> ①　$x^2-4x-5=0$　　②　$x^2-13x+30=0$